確率の基本的問題

1.　以下の各問に, 分数で答えよ。なお, サイコロの目はどれも同様に確からしく出るものとする。

(1) 1 個のサイコロを投げるとき, 3 の目が出る確率を答えよ。
(2) 1 個のサイコロを投げるとき, 3 または 6 の目が出る確率を答えよ。
(3) 1 個のサイコロを投げるとき, 2 の倍数または 3 の倍数の目が出る確率を答えよ。
(4) 2 個のサイコロ a, b を同時に投げるとき, 出た目が両方とも 3 である確率を答えよ。
(5) 2 個のサイコロ a, b を同時に投げるとき, 出る目の和が 6 である確率を答えよ。
(6) 2 個のサイコロ a, b を同時に投げるとき, 少なくとも一方の出る目が 1 である確率を答えよ。

2.　1 から 1000 までの整数を 1 つずつ書いた 1000 枚のカードがある。この中から 1 枚のカードを引くとき, 以下の各問に答えよ。

(1) 引くカードの数が 3 の倍数である確率を答えよ。
(2) 引くカードの数が 2 または 3 の倍数である確率を答えよ。

3.　以下の各問に答えよ。

(1) 1 から 20 までの整数を 1 つずつ書いた 20 枚のカードがある。この中から 2 枚のカードを同時に引くとき, 2 枚とも偶数のカードである確率を答えよ。
(2) 12 本のくじの中に当たりくじが 4 本ある。この中から 2 本のくじを同時に引くとき, 1 本は当たりくじ, もう 1 本ははずれくじである確率を答えよ。
(3) 20 本のくじの中に当たりくじが 5 本ある。この中から 3 本のくじを同時に引くとき, 次の確率を答えよ。
   1. 3 本とも当たりくじである確率
   2. 2 本は当たりくじ, 1 本ははずれくじである確率
(4) 袋の中に赤玉 5 個, 白玉 3 個, 青玉 2 個が入っている。袋の中をよく混ぜて, 4 個の玉を同時に取り出すとき, 以下の確率を答えよ。
   1. 赤玉が 2 個, 白玉が 2 個出る確率を答えよ。
   2. 赤玉が 2 個, 白玉が 1 個, 青玉が 1 個出る確率を答えよ。

4.　20 本のくじの中に当たりくじが 5 本ある。この中から 5 本のくじを同時に引くとき, 以下の確率を答えよ。

(1) すべてはずれくじである確率を答えよ。
(2) 少なくとも 1 本が当たりくじである確率を答えよ。
(3) 少なくとも 2 本が当たりくじである確率を答えよ。

5.　1 つのサイコロを 2 回投げる試行を考える。A を 1 回目が 6 であるという事象, B を 2 回目が 6 であるという事象とするとき, $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ の関係を示せ。

6.　以下の各問に答えよ。

(1) 1 個のサイコロを 2 回投げるとき, 1 回目が偶数で 2 回目が 3 である確率を求めよ。
(2) 袋の中に赤玉 4 個, 青玉 16 個が入っている。この中から玉を 1 個取り出し, これをもとに戻してから, さらに玉を 1 個取り出す。これを繰り返すとき, 次の確率を求めよ。
   1. 青, 赤, 青の順に玉が出る確率を求めよ。
   2. 4 回目にはじめて赤玉が出る確率を求めよ。

7.　袋の中に白玉 2 個, 赤玉 6 個が入っている。この中から玉を 1 個取り出して, 色を調べてからもとに戻す。これを 5 回繰り返すとき, 以下の確率を答えよ。

(1) 白玉がちょうど 1 回出る確率を求めよ。
(2) 白玉がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

8.　12 本のくじの中に当たりくじが 4 本ある。この中から, a, b 2 人がこの順に 1 本ずつくじを引くとき, 次の確率を求めよ。ただし, 引いたくじはもとに戻さないものとする。

(1) a が当たる確率
(2) b が当たる確率

9.　$P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$, $P(A \cap B) = 0.1$ のとき, 以下の値を求めよ。

(1) $P(A|\ B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
(2) $P(\overline{B})$
(3) $P(A|\ \overline{B})$
(4) $P(B|\ A)$
(5) $P(B|\ \overline{A})$

10.　事象 A と事象 B が次の場合の, 条件付確率 $P(A|\ B)$ を求めよ。

A ： さいころを 1 回振って奇数の目がでる事象。
B ： さいころを 1 回振って 3 以上の目が出る事象。

$\boxed{\text{解説}}$

1.　まずは基本的な問題からです。

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 のそれぞれが出ることは同様に確からしいので, このうち 3 の目が出る確率は, 1/6 です。

(2) サイコロの 6 つの目のうち, 3 または 6 の目が出る確率は, $2/6 = 1/3$ です。

(3) サイコロの 6 つの目のうち, 2 の倍数は 2, 4, 6, 3 の倍数は 3 と 6 です。つまり, 「2 または 3 の倍数」は「2, 3, 4, 6」の 4 つです。6 を 2 回数えないようにして下さい。よって求める確率は $4/6 = 2/3$ となります。

(4) 目の出方は次の 36 通りで, これらの出方はみな同様に確からしいです。いま 2 つのサイコロは a, b と区別されているので, 例えば $(1, 2)$ と $(2, 1)$ は同じではありません。

$$
\begin{array}{l}
(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (1,6)\\
(2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (2,6)\\
(3,1),\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6)\\
(4,1),\ (4,2),\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6)\\
(5,1),\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6)\\
(6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)
\end{array}
$$

よって求める確率は 1/36 です。

(5) (4) で列挙した 36 通りの出方のうち, 目の和が 6 である出方は, 以下の下線を引いた 5 つです。

$$
\begin{array}{l}
(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ \underline{(1,5)},\ (1,6)\\
(2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ \underline{(2,4)},\ (2,5),\ (2,6)\\
(3,1),\ (3,2),\ \underline{(3,3)},\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6)\\
(4,1),\ \underline{(4,2)},\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6)\\
\underline{(5,1)},\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6)\\
(6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)
\end{array}
$$

よって求める確率は 5/36 です。

(6) (4) で列挙した 36 通りの出方のうち, 少なくとも一方の出る目が 1 である出方は, 以下の下線を引いた 11 つです。

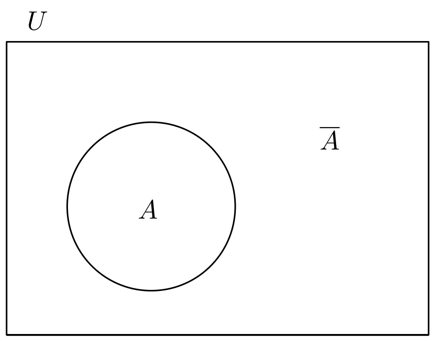
$$
\begin{array}{l}
\underline{(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (1,6)}\\
\underline{(2,1)},\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (2,6)
\end{array}
$$

$$\begin{array}{l}
\underline{(3,1)},\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6) \\
\underline{(4,1)},\ (4,2),\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6) \\
\underline{(5,1)},\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6) \\
\underline{(6,1)},\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)
\end{array}$$

これで求める確率は 11/36 となります。または, 次のように考えることができます。

$$\text{少なくとも一方の出る目が 1 である出方} = 36 - (\text{1 の目が出ない出方}) = 36 - 25 = 11$$

より 11/36, と求められます。このような方法では「余事象」の考え方を用いています。一般に「事象 A が起こらない」という事象を, 事象 A の余事象といいます。これは, 全事象 U において, 部分集合 A の補集合 $\overline{A}$ で表されます。



余事象についてピンと来られない場合は, 次の問題を解いてみて下さい。

赤、青、黄色のどれか 1 色が必ず発光する信号機がある。いま赤が発光する確率が 1/2, 青が発光する確率が 1/3 と分かっているとき, 黄色が発光する確率を求めよ。

要するに, 全確率は 1 なので,

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

である, と解かれるのではないでしょうか。これは「黄色が発色する」という事象が, 「赤または青が発色する事象」の余事象になっていることを使っているのです。実はこれは確率の公理主義的定義から解いていることになるのですが, 難しい言葉は置いておきましょう。

2.

(1)　1000 枚のカードのうち, 3 の倍数は, $1000/3 = 333.33\cdots$ なので, 333 枚あります。よって, 求める確率は 333/1000 です。

(2)　1000 枚のカードのうち, 2 または 3 の倍数は, (2 の倍数の枚数) + (3 の倍数の枚数) − (6 の倍数の枚数) だけあります。「2 の倍数である事象」と「3 の倍数である事象」は, 互いに排反ではありません。2 の倍数は 1000/2 =500 枚, 3 の倍数は 333 枚, 6 の倍数は $1000/6 = 166.66\cdots$ より 166 枚なので, 求める確率は

$$\frac{500 + 333 - 166}{1000} = \frac{667}{1000}$$

となります。

このように,「A **または** B である確率」は, A と B が排反ならば,「A である確率 + B である確率」なのですが, A と B が排反でない, すなわち $A \cap B$ が空集合ではないときは,「A である確率 + B である確率 − $A \cap B$ である確率」となります。

一方,「A **かつ** B である確率」は, A と B が独立ならば,「A である確率 × B である確率」となります。A と B が独立でない場合は,「条件付き確率」というものを考えます。

3.

$$\text{事象 } A \text{ の起こる確率} = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こり得る全ての場合の数}}$$

であることを念頭において下さい。

(1)　20 枚のカードからの 2 枚のカードの引き方は, ${}_{20}C_2 = 190$ 通りあります。偶数は 10 枚あるので, 2 枚とも偶数となる引き方は, ${}_{10}C_2 = 45$ 通りあります。よって求める確率は $45/190 = 9/38$ となります。

(2)　12 本のくじからの 2 本のくじの引き方は ${}_{12}C_2 = 66$ 通りあります。当たりくじ 4 本から 1 本を引く引き方は ${}_4C_1 = 4$ 通り, はずれくじ 8 本から 1 本を引く引き方は ${}_8C_1 = 8$ 通り, これら 2 つの事象は互いに排反なので, 当たりくじ 4 本から 1 本を引き, かつはずれくじ 8 本から 1 本を引く引き方は $4 \times 8 = 32$ 通りです。よって求める確率は $32/66 = 16/33$ です。

(3)　もう少し練習しましょう。
1.　20 本のくじからの 3 本のくじの引き方は ${}_{20}C_3 = 1140$ 通りあります。当たりくじ 5 本から 3 本を引く引き方は ${}_5C_3 = 10$ 通りなので, 求める確率は $10/1140 = 1/114$ です。
2.　当たりくじ 5 本から 2 本を引く引き方は ${}_5C_2 = 10$ 通り, はずれくじ 15 本から 1 本を引く引き方は ${}_{15}C_1 = 15$ 通り, これら 2 つの事象は互いに排反なので, 求める確率は $\dfrac{10 \times 15}{1140} = \dfrac{5}{38}$ となります。

(4)
1.　10 個の玉から 4 個を取り出す取り出し方は, ${}_{10}C_4 = 210$ 通りです。赤玉 2 個, 白玉 2 個を取り出す取り出し方は, ${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30$ 通りなので, 求める確率は $30/210 = 1/7$ となります。

2.　赤玉 2 個, 白玉 1 個, 青玉 1 個を取り出す取り出し方は, ${}_5C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 = 60$ 通りあるので, 求める確率は $60/210 = 2/7$ となります。

4.　(2)(3) は, 余事象を考えると計算が楽になります。

(1)　20 本のくじから 5 本のくじを引く引き方は ${}_{20}C_5 = 15504$ 通りです。はずれくじ 15 本から 5 本のくじを引く引き方は ${}_{15}C_5 = 3003$ 通りです。よって求める確率は $3003/15504 = 1001/5168$ です。

(2)　「少なくとも 1 本が当たりくじである」事象の余事象は, 「1 本も当たりくじがない」, すなわち「すべてはずれくじである」事象であり, この事象が起こる確率は (1) で求めています。したがって, 求める確率は $1 - 1001/5168 = 4167/5168$ となります。

(3)　「少なくとも 2 本が当たりくじである」事象の余事象は, 「当たりくじが 0 本か 1 本である」事象です。当たりくじが 0 本である事象と 1 本である事象は互いに排反なので, この事象が起こる確率は,

$$\frac{1001}{5168} + \frac{{}_5C_1 \times {}_{15}C_4}{15504} = \frac{1001}{5168} + \frac{2275}{5168} = \frac{819}{1292}$$

となります。よって求める確率は $1 - \dfrac{819}{1292} = \dfrac{473}{1292}$ となります。

5.　続けて 6 が出るという事象が $A \cap B$ です。いま, 事象 A が起こることは事象 B に影響を与えない（1 回目に出た目が 2 回目に出る目に影響を与えない）ことは明らかですので,

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(1\text{ 回目に }6\text{ が出て }2\text{ 回目に }6\text{ が出る事象}) \\ &= P(1\text{ 回目に }6\text{ が出る事象}) \times P(2\text{ 回目に }6\text{ が出る事象}) \\ &= P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \end{aligned}$$

となります。すなわち, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ です。この式は, 事象 A と事象 B が独立であることを示しています。

再度まとめますと, 事象 A と事象 B が独立であるということは,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \cdots (a)$$

が成り立つということです（定義です）。(a) 式は, $P(B) \neq 0$ のとき,

$$P(A|\ B) = P(A)$$

とも書き表されます。ここで, $P(A|\ B)$ は, 「事象 B における事象 A の条件付確率」です。

なお, 事象 A と事象 B が独立でないときは,

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|\ B)$$

となります。この左辺は

$$「B\text{ が起こる確率}」\times「B\text{ が起こるときに }A\text{ が起こる確率}」$$

ですので, これが「B が起こってかつ A が起こる確率」に等しいことは明らかでしょう。

6.　まずは, 各事象, 各試行が独立な場合についてです。

(1)　サイコロを投げる試行はそれぞれ独立であるから,

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{1\text{ 回目で偶数の目が出る確率}} \times \underbrace{\frac{1}{6}}_{2\text{ 回目で }3\text{ が出る確率}} = \frac{1}{12}$$

となります。

(2)

1.　玉を取り出す試行はそれぞれ独立であるから, 求める確率は

$$\underbrace{\frac{16}{20}}_{1\text{ 回目が青}} \times \underbrace{\frac{4}{20}}_{2\text{ 回目が赤}} \times \underbrace{\frac{16}{20}}_{3\text{ 回目が青}} = \frac{16}{125}$$

となります。

2.　青, 青, 青, 赤の順に玉が出る確率です。それは,

$$\frac{16}{20} \times \frac{16}{20} \times \frac{16}{20} \times \frac{4}{20} = \frac{64}{625}$$

となります。

7.　少し難しくなりますが, これから登場する二項分布の理解には欠かせない問題なので, 是非解いてみて下さい。

(1)　5 回のうち 1 回白玉が出るのは ${}_5C_1 = 5$ 通りで, 具体的には下のようになります。そのそれぞれについての確率を求めます。1 回の試行で白玉が出る確率は $2/8 = 1/4$, 1 回の試行で赤玉が出る確率は $6/8 = 3/4$ です。

$$\begin{aligned}
\text{白}, \text{赤}, \text{赤}, \text{赤}, \text{赤} &\Longrightarrow \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^4}{4^5} \\
\text{赤}, \text{白}, \text{赤}, \text{赤}, \text{赤} &\Longrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^4}{4^5} \\
\text{赤}, \text{赤}, \text{白}, \text{赤}, \text{赤} &\Longrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^4}{4^5} \\
\text{赤}, \text{赤}, \text{赤}, \text{白}, \text{赤} &\Longrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^4}{4^5} \\
\text{赤}, \text{赤}, \text{赤}, \text{赤}, \text{白} &\Longrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3^4}{4^5}
\end{aligned}$$

これら 5 つの事象は互いに排反なので, 求める確率はこれらの確率を全て足し合わせて, $\dfrac{3^4}{4^5} \times 5 = \dfrac{405}{1024}$ となります。

(2)　5 回のうち 3 回白玉が出るのは ${}_5C_3 = 10$ 通りです。そのそれぞれについての確率は, どれも $\left(\dfrac{1}{4}\right)^3 \left(\dfrac{3}{4}\right)^2$ となります。

$$(例)\ 白, 赤, 白, 赤, 白 \Longrightarrow \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

よって求める確率は, $10 \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{45}{512}$ となります。

8.　今度は, 事象が独立ではない場合です。a が当たりくじを引く事象を A, b が当たりくじを引く事象を B と表すと, 事象 A と事象 B は独立ではないように思えます。a がもし当たりくじを引いたら, 当たりくじは残り 3 本になるので, 明らかに状況が違いますから。では, くじが当たる確率も変わってしまうのでしょうか。これで変わってしまうと, 宝くじなどでは早いもの勝ちになってしまいます。

(1)　a が当たりくじを引く確率は, $4/12 = 1/3$ です。これは簡単ですね。

(2)　b が当たりくじを引くのは, 次の 2 つの場合があり, これら以外はあり得ません。また, これらは互いに排反（同時に起こりえない）です。

a が当たりくじを引き, b が当たりくじを引く $\Longrightarrow \dfrac{4}{12} \times \underbrace{\dfrac{3}{11}}_{\text{残りは 11 本で当たりくじは残り 3 本なので}} = \dfrac{1}{11} \cdots (*)$

a がはずれくじを引き, b が当たりくじを引く $\Longrightarrow \dfrac{8}{12} \times \underbrace{\dfrac{3}{11}}_{\text{残りは 11 本で当たりくじは 4 本なので}} = \dfrac{4}{11} = \dfrac{8}{33}$

よって, b が当たりを引く確率は, これらの確率を足し合わせて,

$$\frac{1}{11} + \frac{8}{33} = \frac{1}{3}$$

となります。a が当たりくじを引く確率と同じです。

　実は, 3 人目が当たる確率も, 4 人目が当たる確率も全て同じです。これは, 上記のように場合分けして確率を足し合わせて $\cdots$ という方法で示すことができますが, 次のように考えると早いでしょう。

　いま, 12 人が順にくじを引いて, そのくじを見ないで, 全員引き終わるまで待ちます。その 12 人が集まって, 一斉にくじの中身を見せ合うと, その中に当たりくじは 4 本あるはずです。ということは, ある人が当たりである確率は $4/12 = 1/3$ に相違ありません。

同様に, 一般に「n 本のくじの中に $m(<n)$ 本の当たりくじがあって, 順に 1 本ずつくじを引いていくとき, 各人が当たる確率はいくらか。ただし, 引いたくじは元に戻さない。」という問題でも, 各人の当たる確率は等しく m/n になります。

では, 実は事象 A と事象 B は独立なのでしょうか。独立であることを示すには,

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

を示せばいいのでした。いま, $P(A)=P(B)=1/3$ です。一方, $P(A\cap B)$ は, A も B も当たる確率なので, $(*)$ の確率, すなわち 1/11 になります。ということは, $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$ で, 独立ではありませんでした。予想通り, といったところです。独立であることを示すには, 慎重を要するということです。

9.　条件付確率やベイズの定理を学ぶ際, $P(A|\ B)$ で表記された確率を自在に扱えるよういしましょう。それぞれが何を意味しているか, 確認しながら解いて下さい。問題文にはありませんが, 例として, 事象 B が事象 A に先行して起こるものとして考えてみます。例えば, 事象 B がある機器が誤作動するという事象, 事象 A がその機器によるデータに致命的な欠陥があるという事象, などです。

(1)　条件付確率の定義式です。数値を代入するだけです。

$$P(A|\ B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.1}{0.6}=\frac{1}{6}$$

事象 B が起こったときは, 事象 A は 1/6 の確率で起こる, ということです。

(2)　事象 B の余事象の確率です。

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4$$

となります。事象 B が起こらない確率は 0.4, ということです。

(3)　定義にしたがって, $P(A|\ \overline{B})=\dfrac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}$ となりますが, いま $P(A\cap\overline{B})$ がわかりません。ここで, 事象 A は, 「事象 B かつ事象 A」か「事象 $\overline{B}$ かつ事象 A か」の 2 通りしかないので,

$$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})$$

のはずです。よって, $P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=0.3-0.1=0.2$ とわかります。答えは,

$$P(A|\ \overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.2}{0.4}=\frac{1}{2}$$

となります。事象 B が起こらなかったときは事象 A は 1/2 の確率で起こる, ということになります。

(4)　定義にしたがって,

$$P(B|\ A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$$

となります。事象 A が起こったとき, その前に事象 B が起こっていた確率は $1/3$, ということになります。

　ここで,「〇〇していた確率」, という表現は変ではないか, 過去形だから既に起こったことで, 確率は必ず 1 ではないか, と思われるかもしれません。ここでは, 事象 A が起きたからといって, 必ずしも事象 B が先立って起こっているとは限りませんので, 確率は 1 にはなりません。表現が過去形なので違和感がありますが, 確かに「事象 B が起こる度合」を表しています。このように, いまある証拠をもとに求められた過去の事象に関する度合を「事後確率」といい, これも確率の一種と考えます。

(5)　これも定義にしたがって,

$$\begin{aligned} P(B|\ \overline{A}) &= \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(\overline{A})} \\ &= \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.6 - 0.1}{1 - 0.3} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

となります。事象 A が起こらなかったとき, その前に事象 B が起こっていた確率は $5/7$, ということになります。

10.　事象 $A, B, A \cap B$ を出目で表すと $A = \{1, 3, 5\}, B = \{3, 4, 5, 6\}, A \cap B = \{3, 5\}$ である。実際の例で計算してみます。定義にしたがって,

$$P(A|\ B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ですが, ここで事象 A, B, $A \cap B$ を出目で表しますと $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$ となりますので,

$$P(A|\ B) = \frac{2/6}{4/6} = \frac{1}{2}$$

となります。